

*110118 2, Ueber die Wichtigkeit der Vorforschungsarbeiten
110118 2, Ueber die Wichtigkeit der Vorforschungsarbeiten
110118 2, Ueber die Wichtigkeit der Vorforschungsarbeiten*

DER
CIVILINGENIEUR.

ORGAN

DES

SÄCHSISCHEN INGENIEUR- UND ARCHITEKTEN-VEREINS.

UNTER MITWIRKUNG EINER REDACTIONS-COMMISSION

HERAUSGEGEBEN VON

DR. E. HARTIG,

PROFESSOR AM K. S. POLYTECHNIKUM.

J A H R G A N G 1886.

(DER NEUEN FOLGE BAND XXXII.)



MIT VIELEN IN DEN TEXT EINGEDRUCKTEN HOLZSCHNITTEN UND XXXII TAFELN ABBILDUNGEN.

LEIPZIG.

VERLAG VON ARTHUR FELIX.

1886.

allerdings zu bemerken ist, dass von den mit den Erfindungen gleichzeitig geschaffenen Wortbildungen, wie Zweipeigneur-Vorspinnkrepel, Flortheiler, Theilwalzen, Riemchen-Flortheiler, Frottirwerk, die sämmtlich als abgekürzte Definitionen aufzufassen sind, der angemessene Gebrauch gemacht wurde.

Jede solche Entwicklungsreihe, wenn sie auch nur, wie die vorgeführte, den Zeitraum eines halben Jahrhunderts umspannt, bestätigt den bekannten Satz, dass technisches Erfinden, Begriffsbildung und Wortbildung — Technik, Vernunft und Sprache — gemeinsame, gegenseitig verkettete Entfaltung zeigen.

Zu dem Artikel: Ueber die Elasticität der Deformationsarbeit.

(Civilingenieur 1886, Heft 5.)

In der im vorigen Jahrgange des „Civilingenieur“ veröffentlichten Arbeit: „Beitrag zur Theorie des Fachwerks“ erklärte Prof. Mohr gelegentlich der Besprechung der Lehrsätze Castigliano's, es sei unzulässig, die statisch nicht bestimmbar Grössen (X) als unabhängige Veränderliche der Formänderungsarbeit aufzufassen¹⁾, und ich hielt es für angezeigt, in meinem Buche „Die neueren Methoden der Festigkeitslehre“ in einer Anmerkung auf jene Meinungsverschiedenheit hinzuweisen. Die Auseinandersetzungen, mit denen nun Mohr diese im Heft 6 abgedruckte Anmerkung begleitete, veranlassen mich zu der nachstehenden Erwiderung.

Um zunächst der Behauptung, ich hätte dem Begriffe Formänderungsarbeit eine „merkwürdige Elasticität“ zu Theil werden lassen, entgegenzutreten, führe ich die in meinem Buche gegebene Erklärung dieses Begriffes an. Es heisst dort auf Seite 184:

„Nehmen wir nun an, es erleide ein im Gleichgewichte befindlicher Körper durch Hinzutreten äusserer Kräfte und durch Temperaturänderungen eine Umgestaltung; dieselbe hört auf, sobald sich ein neuer Gleichgewichtszustand gebildet hat und bestehen bleibt; während ihrer Erzeugung werden die Flächenkräfte (nämlich σdF und τdF) des betrachteten Körpertheilchens eine bestimmte Arbeitssumme verrichten, und von dieser ist besonders derjenige Theil von Wichtigkeit, der nur von der Formänderung des Körpertheilchens abhängt, der also verschwindet, wenn sich das Theilchen bewegt, ohne seine Gestalt zu ändern. Man nennt diesen Theil der Gesamtarbeit der Flächenkräfte die „Formänderungsarbeit des Körpertheilchens“.

Hiernach ergibt sich, mit den Bezeichnungen in Grashof's Festigkeitslehre, für einen beliebigen Körper (in Uebereinstimmung mit Kirchhoff, Grashof, Weyrauch²⁾):

$$A = \iint (\sigma_x d\epsilon_x + \sigma_y d\epsilon_y + \sigma_z d\epsilon_z + \tau_x d\gamma_x + \tau_y d\gamma_y + \tau_z d\gamma_z) dV. \tag{1}$$

1) Diese nach der Ansicht von Mohr irrthümliche Auffassung findet sich u. A. bei Castigliano, Fränkel, Könen, Landsberg, Melan, Müller-Breslau, Steiner, Stelzel, Weyrauch, Winkler.

2) Vergl. Kirchhoff, Vorles. über math. Physik, I, S. 117;

und für das Fachwerk:

$$A = \sum \int S d\Delta s \dots \dots \dots \tag{2}$$

Der letztere Werth geht nur in dem besonderen Falle $\Delta s = \frac{Ss}{EF}$ in den von Herrn Mohr als Formänderungsarbeit bezeichneten Werth

$$A = \sum \frac{S^2 s}{2EF} \dots \dots \dots \tag{3}$$

über.

Ist $\Delta s = \frac{Ss}{EF} + \epsilon ts$ (Eintreten von Temperaturänderungen t), so wird $A = \sum \frac{S^2 s}{2EF} + \sum \epsilon s \int_0^t S dt$. Für die Grösse dieses Werthes ist es z. B. nicht gleichgültig, ob der Körper erst belastet und dann erwärmt wird oder umgekehrt.

Treten an die Stelle der wirklichen Verschiebungen virtuelle Verschiebungen und betrachtet man die Flächenkräfte während der Dauer der angenommenen Elementarbewegung als constant (Princip der virtuellen Verschiebungen), so ist der von der Formänderung der Körpertheilchen abhängige Theil der Gesamtarbeit dieser Kräfte:

$$A_v = \int (\sigma_x \epsilon_x + \sigma_y \epsilon_y + \sigma_z \epsilon_z + \tau_x \gamma_x + \tau_y \gamma_y + \tau_z \gamma_z) dV \tag{4}$$

und für das Fachwerk:

$$A_v = \sum S \Delta s$$

A_v heisst die virtuelle Formänderungsarbeit.³⁾

Schliesslich wird in meinem Buche bei der Aufstellung der hier nur durch die Gleichungen:

$$\delta = \frac{\partial A_i}{\partial P} \text{ und } \frac{\partial A_i}{\partial X} = 0 \tag{5}$$

Grashof, Theoretische Maschinenlehre, I, S. 31; Weyrauch, Theorie elastischer Körper, S. 108.

1) Vergl. Weyrauch a. a. O.

2) Vergl. Weyrauch a. a. O.

3) Es bedeutet δ die Verschiebung des Angriffspunktes von P im Sinne von P .

angedeuteten Gesetze, dem Werthe

$$A_i = \frac{1}{2} \int [\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \frac{2}{m} (\sigma_y \sigma_z + \sigma_x \sigma_z + \sigma_x \sigma_y)] \frac{dV}{E} + \frac{1}{2} \int (\tau_x^2 + \tau_y^2 + \tau_z^2) \frac{dV}{G} + \int (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \epsilon t dV, \quad (6)$$

(woraus für das Fachwerk:

$$A_i = \Sigma \frac{S^2 s}{2EF} + \Sigma \epsilon t S s),$$

der Name ideale Formänderungsarbeit beigelegt.¹⁾ Die bekannten Begriffe „Formänderungsarbeit“ und „virtuelle Formänderungsarbeit“ bleiben ungeändert bestehen, und ich habe nicht etwa behauptet, man solle (bei Berücksichtigung von Temperaturänderungen) in den Castigliano'schen Sätzen: $\delta = \frac{\partial A}{\partial P}$ und $\frac{\partial A}{\partial X} = 0$ die „Formänderungsarbeit“ anders definiren. Es tritt vielmehr A_i an die Stelle von A .

Die Gleichungen (5) werden ungültig, sobald die von P beziehentlich X abhängigen Auflagerkräfte Arbeit verrichten. Trotzdem ist es möglich (wenn auch nicht empfehlenswerth), derartige Aufgaben mit Hilfe jener Gleichungen zu lösen. Man hat nur nöthig, die Integrale und Summen in den Gleichungen (6) auch auf die elastischen Widerlager auszudehnen. Hierbei kann es sich als nützlich erweisen, die stützenden Körper durch Stabverbindungen zu ersetzen, z. B. an die Stelle der Widerlager eines Bogens mit Kämpfergelenken eine Zugstange treten zu lassen. Man bedient sich dann desselben Kunstgriffes, mit dessen Hilfe Prof. Mohr (Civilingenieur 1885) es ebenfalls möglich macht, die für einen bestimmten Fall (nämlich für das Balkenfachwerk) abgeleiteten Gesetze auch zur Behandlung anderer Fälle zu benutzen. Der durch die Gleichung (6) eindeutig erklärte Begriff A_i bleibt bei diesem Verfahren ungeändert, nur müssen selbstverständlich die den Auflagerstäben entsprechenden Glieder $\frac{S^2 s}{2EF} + \epsilon t S s$ berücksichtigt werden.

Das Verfahren, äussere Kräfte in innere zu verwandeln, lässt sich auch umkehren. Man gelangt dann in der Fachwerktheorie zu der viel wichtigeren Beschränkung der Summen: $\Sigma S \Delta s$, $\Sigma \frac{S^2 s}{2EF}$, $\Sigma (\frac{S^2 s}{2EF} + \epsilon t S s)$ auf einen Theil des Fachwerkes, an welchem die Spannkraften der beseitigten Stäbe als äussere Kräfte angreifen.

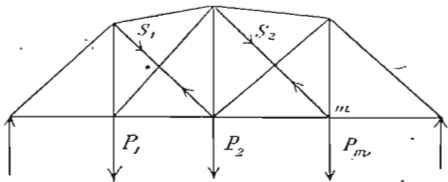


Fig. 1.

Sollen beispielsweise für das in der Fig. 1 dargestellte Balkenfachwerk die überzähligen Stabkräfte S_1 , S_2 und die Verschiebung δ_m , welche der Knotenpunkt m im Sinne von P_m erfährt, berechnet werden, so beseitige man die Stäbe BC und DE und ersetze deren Spannkraften S_1 und S_2 durch beliebig grosse

1) Aehnliche gebräuchliche Benennungen sind: ideale Hauptspannung (von Winkler) und ideales biegendes Moment (von Reuleaux).

(d. h. unabhängig veränderliche) äussere Kräfte X' , X'' , betrachte also den in Fig. 2 dargestellten allgemeineren Fall.

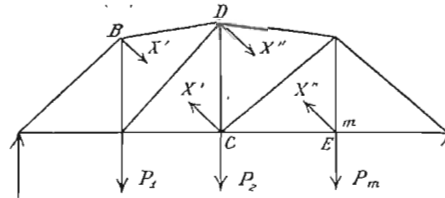


Fig. 2.

Bezeichnet man nun mit Δs_1 und Δs_2 die Aenderungen der Längen $\overline{BC} = s_1$ und $\overline{DC} = s_2$, so erhält man im Falle eines spannungslosen Anfangszustandes und für $t=0$ mit Hilfe des Satzes $\delta_m = \frac{\partial A}{\partial P_m} = \Sigma \frac{S s}{E F} \frac{\partial S}{\partial P}$ die Werthe¹⁾:

$$\Delta s_1 = - \Sigma \frac{S s}{E F} \frac{\partial S}{\partial X'}; \quad \Delta s_2 = - \Sigma \frac{S s}{E F} \frac{\partial S}{\partial X''};$$

$$\delta_m = + \Sigma \frac{S s}{E F} \frac{\partial S}{\partial P_m}.$$

Die Spannkraften S lassen sich für das nur aus notwendigen Stäben bestehende Fachwerk mit Hilfe der Gleichgewichtsbedingungen berechnen. Man findet:

$$S = S_a + S_b P_m + S' X' + S'' X'',$$

wobei S_a , S_b , S' , S'' Werthe bedeuten, welche unabhängig von P_m , X' , X'' sind, und hieraus ergibt sich:

$$\frac{\partial S}{\partial X'} = S'; \quad \frac{\partial S}{\partial X''} = S''; \quad \frac{\partial S}{\partial P_m} = S_b.$$

Schliesslich folgt:

$$\Delta s_1 = - \Sigma \frac{S S' s}{E F}; \quad \Delta s_2 = - \Sigma \frac{S S'' s}{E F}; \quad \delta_m = \Sigma \frac{S S_b s}{E F} \quad (7)$$

Will man nun diese Gleichungen, welche für beliebige X' , X'' gültig sind, auf den besonderen Fall in Fig. 1 anwenden, so hat man nur nöthig, Δs_1 und Δs_2 an die Bedingungen zu binden: $\Delta s_1 = \frac{S_1 s}{E F_1}$, $\Delta s_2 = \frac{S_2 s}{E F_2}$. Man erhält dann zwei Gleichungen, deren Wurzeln die gesuchten Spannkraften S_1 , S_2 sind.

Dies ist der Weg, welchen ich in jener (gegen Mohr sich wendenden) Aumerkung kurz angedeutet habe, und wenn Prof. Mohr (a. a. O.) erklärte, der Satz $\delta = \frac{\partial A}{\partial P}$ führe nicht zum Ziele, so hat er in der That „etwas übersehen“. Wenn aber Herr Mohr die Formänderungsarbeit des durch beliebige Kräfte P , X' , X'' belasteten Hauptnetzes in Fig. 2 für einen neuen Begriff ansieht, so darf er mit demselben Rechte die Formänderungsarbeit eines ganzen Trägers und diejenige eines halben Trägers für zwei verschiedene Begriffe erklären.

Zu betonen ist nämlich, dass man, um den Satz $\delta_m = \frac{\partial A}{\partial P_m}$ anwenden zu können, unter A nicht etwa die Formänderungsarbeit des Hauptnetzes verstehen muss. Es ist dann allerdings nöthig, die statische Unbestimmtheit vorher auf irgend einem Wege

1) Vergl. Castigliano, Théorie de l'équilibre des systèmes élastiques. Turin, Negro, 1879, Seite 27 u. f. Eine deutsche Uebersetzung von Emil Hauff erschien kürzlich in Wien bei C. Gerold's Sohn.

zu beseitigen, und auf dieses Verfahren bezieht sich der erste Theil meiner „Anmerkung“. Man kann sich hierzu einer der früher gebräuchlichen, in sehr vielen Fällen nach wie vor vortheilhaften Methoden bedienen, und im vorliegenden Falle z. B. die beiden ersten der Gleichungen (7) mit Hilfe der bekannten (zuerst von Winkler aufgestellten) Elasticitätsgleichung für ein Viereck mit zwei Diagonalen ableiten. Kennt man nun die Unbekannten S_1 und S_2 (welche bekanntlich stets als Functionen ersten Grades der Lasten P gefunden werden), so kann man unter A die Formänderungsarbeit des ganzen Trägers verstehen und gelangt dann — auf einem Umwege — zu demselben Ergebnisse wie oben. Vor diesem Umwege zu warnen ist der Zweck der von mir (auf Seite 54) dem Castigliano'schen Satze angehängten „Gebrauchsanweisung“, welche die Zulässigkeit und Zweckmässigkeit (nicht etwa die Nothwendigkeit) der Beschränkung von A auf das durch willkürliche Kräfte P und X belastete Hauptnetz hervorhebt und zum Ueberflusse noch zeigt, dass die beiden hier in Frage kommenden Entwicklungen dasselbe δ_n liefern.¹⁾

Die vorhin behandelte Aufgabe, die Spannkraften S_1 und S_2 zu bestimmen, kann man auch wie folgt lösen. Man schneidet die Stäbe BC und DE (welche also jetzt nicht beseitigt werden) an irgend einer Stelle durch, bringt an den Schnittstellen die beliebigen grossen Kräfte X' , X'' an und bestimmt die Strecken

$$\delta' = -\frac{\partial A}{\partial X'} = -\sum \frac{S S' s}{E F} \quad \text{und} \quad \delta'' = -\frac{\partial A}{\partial X''} = -\sum \frac{S S'' s}{E F},$$

um welche die ursprünglich einander berührenden Enden der Stäbe BC beziehentlich DE sich infolge der gegebenen Lasten P und der beliebigen Kräfte X von einander entfernt haben. Die Summe Σ bezieht sich dann auf alle Stäbe (nothwendige und überzählige). Setzt man schliesslich $\delta' = 0$ und $\delta'' = 0$, so erhält man zwei Gleichungen zur Berechnung der gesuchten Spannkraften. Man darf behaupten: Von allen möglichen Kräften X' , X'' entspricht denjenigen der kleinste Werth A , welche bewirken, dass $\delta' = 0$ und $\delta'' = 0$ wird. (Satz von der kleinsten Formänderungsarbeit.)

Ich hebe noch besonders hervor, dass die Sätze $\delta = \frac{\partial A}{\partial P}$ und $\frac{\partial A}{\partial X} = 0$ unter der ausdrücklichen Voraussetzung $t=0$ abgeleitet worden sind (vergl. Seite 52 der neueren Methoden). Treten Temperaturänderungen auf, so werden diese Sätze ungültig; die Formänderungsarbeit ist jetzt:

$$A = \sum \frac{S^2 s}{2 E F} + \sum \epsilon s \int_0^t S dt,$$

und man darf nicht mehr setzen: $\delta = \frac{\partial A}{\partial P}$ und $\frac{\partial A}{\partial X} = 0$. Vielmehr wird jetzt bei gegebenen Temperaturänderungen: $\delta = \frac{\partial A_i}{\partial P}$ und $\frac{\partial A_i}{\partial X} = 0$, wobei A_i ein mathematischer Ausdruck ist, welcher durch die Gleichungen (6) eindeutig erklärt wird.²⁾

1) Mohr befindet sich im Irrthume, wenn er behauptet, ich hätte die an der bezeichneten Stelle für X' , X'' , ... angegebenen Gleichungen nicht entwickelt. Der Beweis für dieselben befindet sich auf Seite 34, Gleichung 22. Vergl. auch Seite 4 (Definition von S_0).

2) Beiläufig sei bemerkt, dass sich die Sätze $\delta = \frac{\partial A_i}{\partial P}$ und $\frac{\partial A_i}{\partial X} = 0$ auch aus den für $t=0$ bewiesenen Casti-

gliano'schen Sätzen folgern lassen. Vergl. die Abhandlung von Melan in der Wochenschrift des Oesterr. Arch.- und Ing.-Vereins 1883, S. 183 und 202; desgl. Weyrauch, Theorie der elastischen Körper, S. 225.

Hannover, im September 1886.

Prof. Müller-Breslau.

Die vorstehenden Bemerkungen des Herrn Müller-Breslau widerlegen kein Wort von dem, was ich über die Castigliano'schen Lehrsätze gesagt habe: Die Behauptung, dass die zahlreichen Arten von Deformationsarbeit, mit welchen in den neueren Methoden operirt wird, ausreichend und eindeutig definit seien, ist gar nicht bestritten worden. Aber durch diese Behauptung kann meine Ansicht nicht widerlegt werden, dass es unzulässig sei, bei Anwendung jener Lehrsätze, in welchen von der Deformationsarbeit schlechtweg die Rede ist, diesem Begriffe eine dehnbare Bedeutung beizulegen. Insbesondere kann mein Einwand gegen den ersten Lehrsatz nicht mit der Bemerkung beseitigt werden, dass derselbe hinfällig werde, wenn man unter Deformationsarbeit etwas anderes verstehe, als was der Autor selbst darunter verstanden hat. Durch die mir unterstellte Behauptung: „Der Satz führe nicht zum Ziele“, wird übrigens jener Einwand weder dem Wortlaute noch dem Sinne nach richtig wiedergegeben.

Die Bedenken gegen den zweiten Lehrsatz werden nicht widerlegt, sondern vollauf bestätigt. Denn es wird angegeben, dass die Bestimmung des Minimums auf ein Fachwerk sich beziehe, für welches nicht allein die Belastungen, sondern auch die Stabtemperaturen ($t=0$) gegeben seien. In einem solchen Falle haben die Spannungen der überzähligen Stäbe, die auf statischem Wege nicht bestimmbar sind, Auflagerdrücke — also die Grössen X — und die Deformationsarbeit bestimmte, constante Werthe. Von einem wirklichen Minimum der Deformationsarbeit kann also offenbar nicht die Rede sein. Wenn der Lehrsatz trotzdem von einem Minimum spricht, so ist darunter, wie ich ausgeführt habe, ein ideales Minimum zu verstehen, und ich bin der Meinung, dass dieser wesentliche Umstand in dem Satze zum Ausdruck kommen müsste. Dass ich der Phantasie Schranken setzen und es für unzulässig erklären wollte, die Grössen X in der Einbildung beliebig sich verändern zu lassen, wird man im Ernste mir nicht zumuthen.

Auch den neu entdeckten Irrthum (vgl. die vorletzte Anmerkung) kann ich nicht zugeben, weil die mir unterstellte Behauptung thatsächlich nicht vorliegt. Ich habe im Gegentheile genau

den Weg bezeichnet, auf welchem in den neueren Methoden die ganze Theorie des Fachwerkes, also auch die fragliche Gleichung abgeleitet worden ist, während die Ursprungsangabe des Verfassers, dass nämlich jene Gleichung stets gefunden werde, durch ihre unbestimmte Form zu Missverständnissen Anlass geben kann.

Wenn man, wie es von Herrn Müller-Breslau geschehen ist, die Frage der Gleichwerthigkeit concurrirender Methoden aufwirft, so ist es nicht unwichtig, genau festzustellen, wie dieselbe zu Stande kommen.

Dresden, im September 1886.

Mohr.

Statistische Notiz

aus dem Jahresberichte der Kgl. Sächs. Gewerbe- und Berginspektoren für 1885.

Die Zahl der 1885 der Beaufsichtigung unterliegenden gewerblichen Anlagen des Königreichs Sachsen ergibt sich aus nachfolgender Uebersicht:

Art des Gewerbebetriebes.	Anlagen ohne Motoren.	Anlagen mit anderen als Dampf-motoren.	Anlagen mit Dampf-betrieb.	Anlagen überhaupt.
Bergbau, Hütten- und Salinenwesen	0	9	39	48
Industrie der Steine und Erden	1084	32	197	1303
Metallverarbeitung	162	73	261	496
Maschinen, Werkzeuge, Instrumente, Apparate	133	87	418	638
Chemische Industrie	60	55	105	220
Industrie der Heiz- und Leuchtstoffe	166	57	116	339
Textilindustrie	838	282	1309	2439
Papier und Leder	411	285	263	959
Industrie der Holz- und Schnitzstoffe	150	789	298	1237
Nahrungs- und Genussmittel	2185	2177	935	5297
Bekleidung und Reinigung	330	33	144	507
Polygraphische Gewerbe	53	65	136	254
Sonstige Industriezweige	133	13	69	215
zusammen	5705	3957	4290	13 952

Die Gesamtzahl der Dampfkessel betrug 7337; hiervon unterstanden der Aufsicht

von Privat-Revisionsvereinen	1096 (14,9 Proc.)
der Eisenbahn-Verwaltung	107 (1,5 „)
der Dampfkessel-Inspection	6134 (83,6 „)

Personal-Nachrichten.

Verzeichniss der bei der Königl. Sächs. Staatseisenbahn-Verwaltung bezüglich der technischen Baubeamten vorgekommenen Veränderungen.

Zu- und Vornamen.	Bisher:	a) angestellt, b) befördert oder c) versetzt als:	Datum:
Rühle v. Lienenstern, Alexander.	Sections-Ingenieur in Lausigk.	c) Sections-Ingenieur im technischen Bauhauptbureau zu Dresden.	1. Mai 1886.
Cunradi, Johannes Eberhard Horst.	Ingenieur - Assistent I. Klasse.	b) Sections-Ingenieur.	1. August 1886.
Siegel, Franz.	Desgl.	b) Sections-Ingenieur.	1. August 1886.
Schenkel, Wolf. Paul.	Bau-Ingenieur-Assistent.	b) Ingenieur-Assistent I. Klasse beim Bezirks - Ingenieurbureau Dresden-Altstadt.	15. Mai 1886.
Sauppe, Georg Adalbert.	Ingenieur - Assistent II. Klasse.	b) Bau-Ingenieur-Assistent bei der Section Ronneburg.	15. Mai 1886.
Peter, Julius Curt.	Techn. Hilfsarbeiter.	a) Ingenieur-Assistent II. Klasse.	15. Mai 1886.
Voigt, Karl Alfred Wilhelm.	„ „	a) Bau-Ingenieur-Assistent.	1. August 1886.
Decker, Hans.	„ „	a) Bau-Ingenieur-Assistent.	1. August 1886.
Harz, Friedr. Wilh. Max.	„ „	a) Maschinen-Ingenieur-Assistent.	1. October 1886.

Dresden, am 29. October 1886.